

RNDr. TIBOR KOVÁCS

**NuSi, s.r.o.
Svätoplukova 5
Bratislava**

www.nusi.sk, nusi@nusi.sk

Porovnanie metód výpočtu rizika šírenia sa znečistenia v podzemných vodách



Analýza rizika znečisteného územia

Obsah

- Stručný prehľad metód výpočtu transportu kontaminácie podzemnou vodou
- Porovnanie výsledkov metód na konkrétnych príkladoch homogénneho izotropného prostredia s neporušeným prúdením podzemnej vody
 - dotácia znečistenia z priesakov
 - dotácia znečistenia vymývaním znečistenej zeminy
- Problémy analytického riešenia a numerických modelov
- Problémy krokovej metódy

PRÚDENIE PODZEMNEJ VODY

- Rovnica prúdenia podzemnej vody

Neustálené prúdenie v heterogénnom anizotrópnom prostredí

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} - R$$

kde: K je tenzor koeficientu filtrácie, S je zásobnosť, R je zdrojový člen

TRANSPORT LÁTOK VO ZVODNENEJ VRSTVE

- Rovnica transportu rozpustených látok v podzemnej vode, ďalšie rozšírenie Navier Stokesovej rovnice
- Aj pre koncentráciu platí rovnica

$$\frac{\partial(\Theta C)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Theta \cdot D_{ij} \cdot \frac{\partial C}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} (v_i \cdot C) + \sum_k Z_k$$

kde: x = priestorové súradnice, t = čas, C = koncentrácia látky v roztoku [mg.l⁻¹], Θ = vlhkosť (obsah vody v póroch zeminy), v prípade nasýteného prostredia pórovitosť, v_i = filtračná rýchlosť a D = tenzor koeficientu disperzie, Z_k – zdrojový člen

FILTRAČNÁ RÝCHLOSŤ – v analytických riešeniach sa obyčajne dosadzuje konštanta, **čo je pri zložitejších prúdeniach nereálne**. Numerické riešenie bez problémov využíva realistické prúdenie, vypočítané v numerickom modeli prúdenia (riešenie predchádzajúcej rovnice prúdenia podzemnej vody)

Stručný prehľad metód výpočtu transportu kontaminácie podzemnou vodou

- Analytické metódy
- Numerické metódy
- Empirické metódy

Analytické metódy

Na vytvorenie matematického modelu je potrebné poznať fyziku riešeného problému a na základe existujúcich poznatkov zostaviť matematické rovnice.

- Analytický model (analytické riešenie)

- Presné riešenie rovníc v ľubovoľnom bode riešeného priestoru a v ľubovoľnom čase
- V prevažnej väčšine reálnych prípadov však analytické riešenie neexistuje. Existujú len riešenia rovníc s množstvom nerealistických zjednodušení a priblížení, väčšinou aj s obmedzením pre rozmernosť priestoru.
- **Dajú sa použiť len veľmi obmedzene**, je nutné uvedomiť si obor ich platnosti.
- Majú napriek tomu veľký význam pri štúdiu fyzikálnych problémov, lebo základné rovnice ukrývajú množstvo nových, doteraz neobjavených poznatkov (napr. Maxwelove rovnice, Navier-Stokes rovnica, ... rovnice kvantovej mechaniky).
- Sú nenahraditeľné pri kontrole správnosti modelov určených na numerické riešenia.

Analytický model sa často používa neoprávnene, lebo jeho použitie je oveľa lacnejšie a jednoduchšie ako numerické modelovanie. **Tým sa často degradujú obrovské prostriedky vynaložené na prieskum a namiesto toho, aby sa získalo čo najviac poznatkov uložených v získaných dátach. Konečné riešenie často nezodpovedá fyzikálnej realite a je zlé a je bez predikčných schopností.**

Analytické metódy

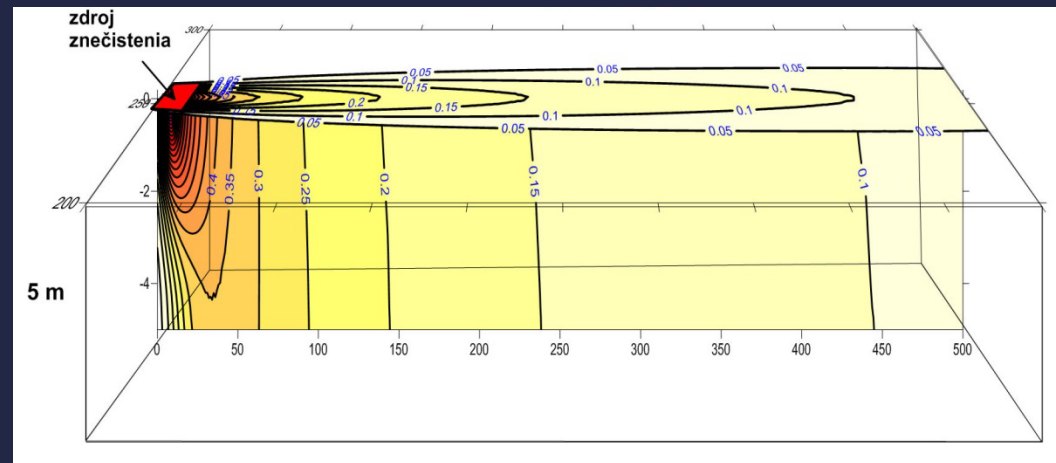
- Analytický model (analytické riešenie)

The Domenico solution may be written (Domenico, 1987; Wang and Wu, 2009),

$$\begin{aligned} \frac{C}{C_0} = & \frac{1}{8} \exp \left[\frac{vx}{2D_x} \left[1 - \left(1 + \frac{4\lambda D_x}{v^2} \right)^{0.5} \right] \right] \\ & \times \operatorname{erfc} \left[\frac{x - vt\sqrt{1 + 4\lambda D_x/v^2}}{2\sqrt{\alpha_x vt}} \right] \\ & \times \left\{ \operatorname{erf} \left[\frac{y + \frac{Y}{2}}{2\sqrt{\frac{D_y x}{v}}} \right] - \operatorname{erf} \left[\frac{y - \frac{Y}{2}}{2\sqrt{\frac{D_y x}{v}}} \right] \right\} \\ & \times \left\{ \operatorname{erf} \left[\frac{z + Z}{2\sqrt{\frac{D_z x}{v}}} \right] - \operatorname{erf} \left[\frac{z - Z}{2\sqrt{\frac{D_z x}{v}}} \right] \right\}, \\ & -\infty < x, y < \infty, 0 \leq z \leq b, t > 0 \end{aligned} \quad (2)$$

The Sagar/Wexler solution is written (Sagar, 1982; Wexler, 1992; Wang and Wu, 2009),

$$\begin{aligned} \frac{C}{C_0} = & \frac{x}{8\sqrt{\pi D_x}} \int_0^t \exp \left[-\lambda\tau - \frac{(x - v\tau)^2}{4D_x\tau} \right] \\ & \times \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{y - \frac{Y}{2}}{2\sqrt{D_y\tau}} \right) - \operatorname{erfc} \left(\frac{y + \frac{Y}{2}}{2\sqrt{D_y\tau}} \right) \right] \\ & \times \left[\operatorname{erfc} \left(\frac{z - Z}{2\sqrt{D_z\tau}} \right) - \operatorname{erfc} \left(\frac{z + Z}{2\sqrt{D_z\tau}} \right) \right] \frac{d\tau}{\tau^{3/2}} \\ & x > 0, -\infty < y < \infty, 0 \leq z \leq b, t > 0 \end{aligned} \quad (3)$$



x, y, z – priestorové súradnice, **riešenie ráta v pol priestore**, okrajové koncentrácie sú v ∞ rovné 0
 τ – čas, $v\tau = 0$ sú koncentrácie všade okrem zdroja nulové, v - skutočná rýchlosť prúdenia p.v.
 zdroj je kváder v počiatku súradnicovej sústavy o rozmeroch X, Y, Z s konštantnou koncentráciou C_0 .

Numerické metódy

- Numerický model (numerické riešenie)

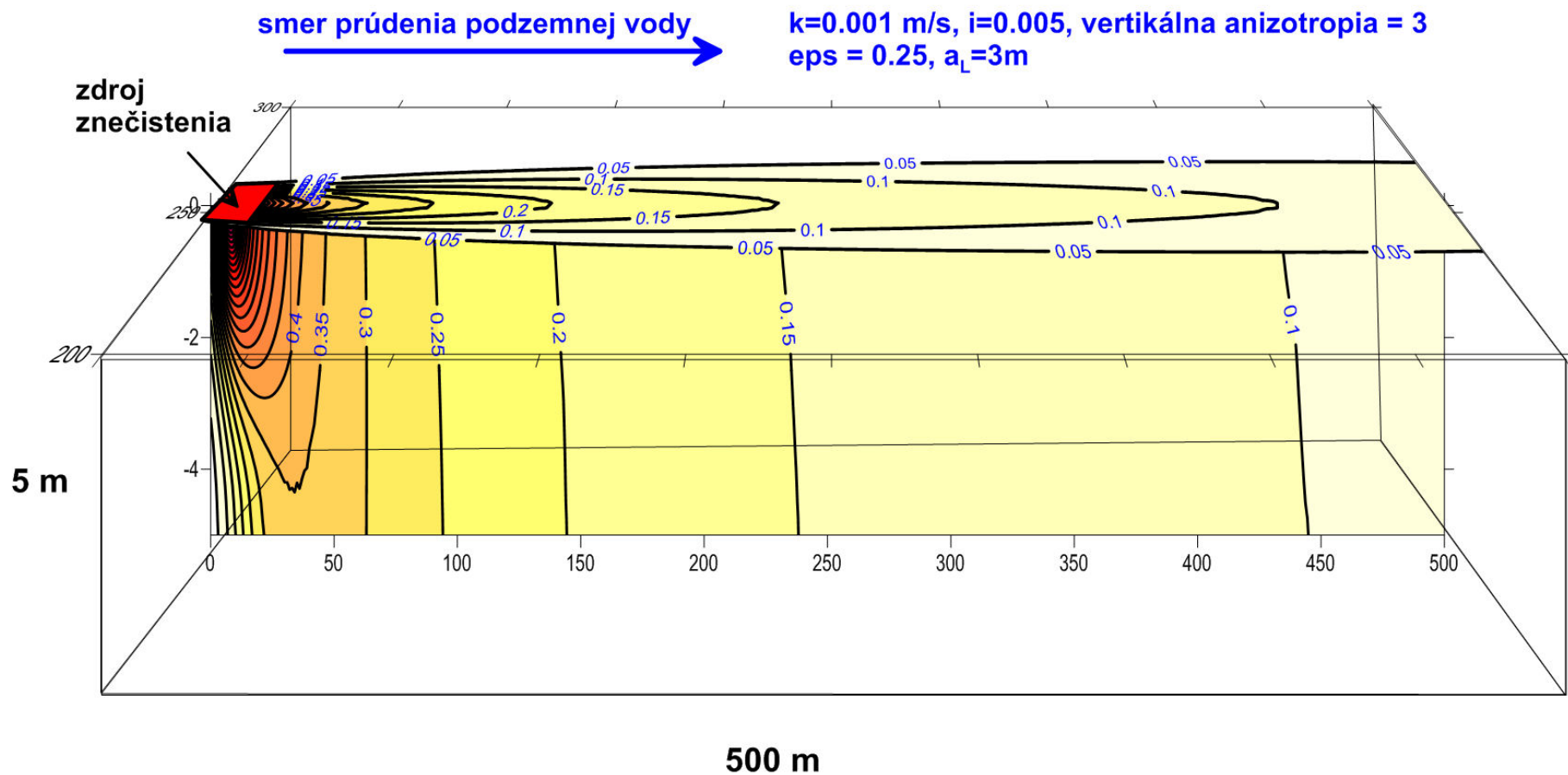
- Nahradzuje riešenie zložitých rovníc, ich približnou algebrickou prezentáciou. Táto náhrada sa deje po diskretizácii času a priestoru. Jedná sa o rozsiahle sústavy lineárnych rovníc s jednoduchou matematikou (+, -, *, /), a tým sú mimoriadne vhodné na riešenie počítačmi.
- Približné riešenie rovníc, ale s pomerne **dobře kontrolovateľnou nepresnosťou**. Nedáva spojité riešenie (diskretizácia času aj priestoru)
- Umožňuje nehomogénne anizotropné rozloženie parametrov s realistickými počiatočnými aj okrajovými podmienkami a to v komplexnej 3D geometrii. **Teda rieši aj také problémy, pre ktoré analytické riešenie neexistuje.**
- Zostavenie numerického modelu je v realistických prípadoch pomerne **náročné**, čo sa týka odbornosti a aj **času**. Správne kalibrovaný numerický model svojou komplexnosťou dokáže v dnešnej dobe **najlepšie integrovať získané údaje s prieskumom a umožňuje predikciu** pre skutočné rozloženie znečistenia v podzemnej vode a predikciu jeho vývoja v budúcnosti.
- **Je nenahraditeľný pri predikcii vývoja znečistenia v zložitejších hydraulických a transportných podmienkach napr. pri návrhu optimálneho spôsobu sanácie alebo transporte látok s rozpadom alebo premenou, ...**

Aj prípade numerického modelovania je veľmi pravdepodobný nesprávny výsledok **pri nepochopení fyziky problému a nepochopení numerických postupov** konkrétneho riešenia. Vyžaduje si kvalifikované použitie.

Empirické metódy

- **Nie sú** analytickým riešením rovníc transportu, len pre určité veľmi ohraničené podmienky **hľadajú vhodnú aproximačnú funkciu** podobajúcu sa na riešenie
 - Ako príklad z hydrauliky môžu poslúžiť rovnice na výpočet koeficientov filtrácií z výsledkov analýz zrnitosti.
 - Pri ich použití musí byť overená ich vierohodnosť a môžu byť použité len pre podmienky v určených intervaloch platnosti pre jednotlivé parametre.
- **Empirickú metódou využíva aj** **kroková metóda**, odporúčaná Smernicou MŽP SR č.1/2015

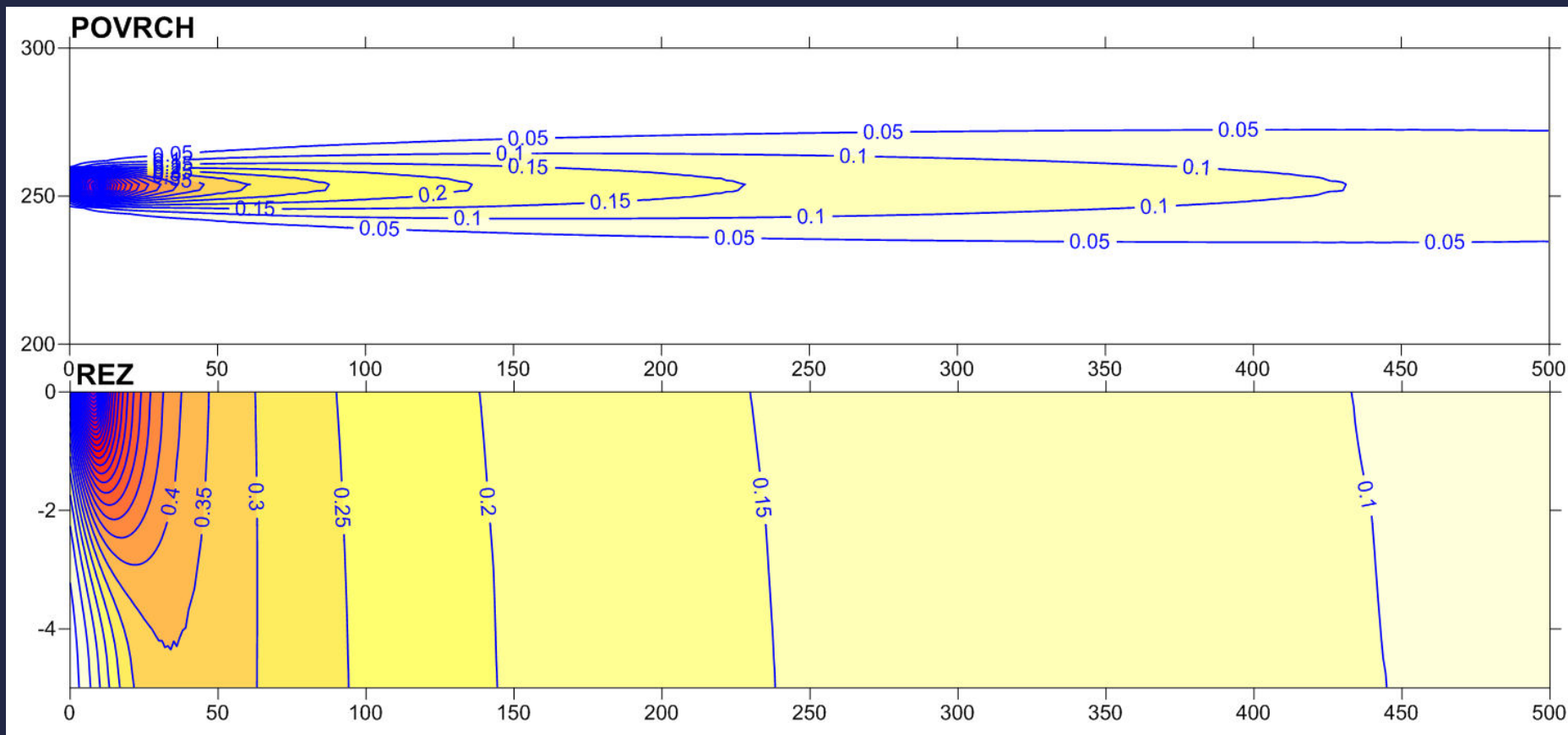
Porovnanie výsledkov metód na konkrétnych príkladoch homogénneho izotropného prostredia s neporušeným prúdením podzemnej vody



dotácia znečistenia z priesakov

- Priesaky 400 mm /rok zo zrážok
- Rozmer zdroja **9.5 m x 10 m**
- V mieste zdroja koncentrácia vo vsakovanej vode $C_0 = 100 \text{ mg/l}$

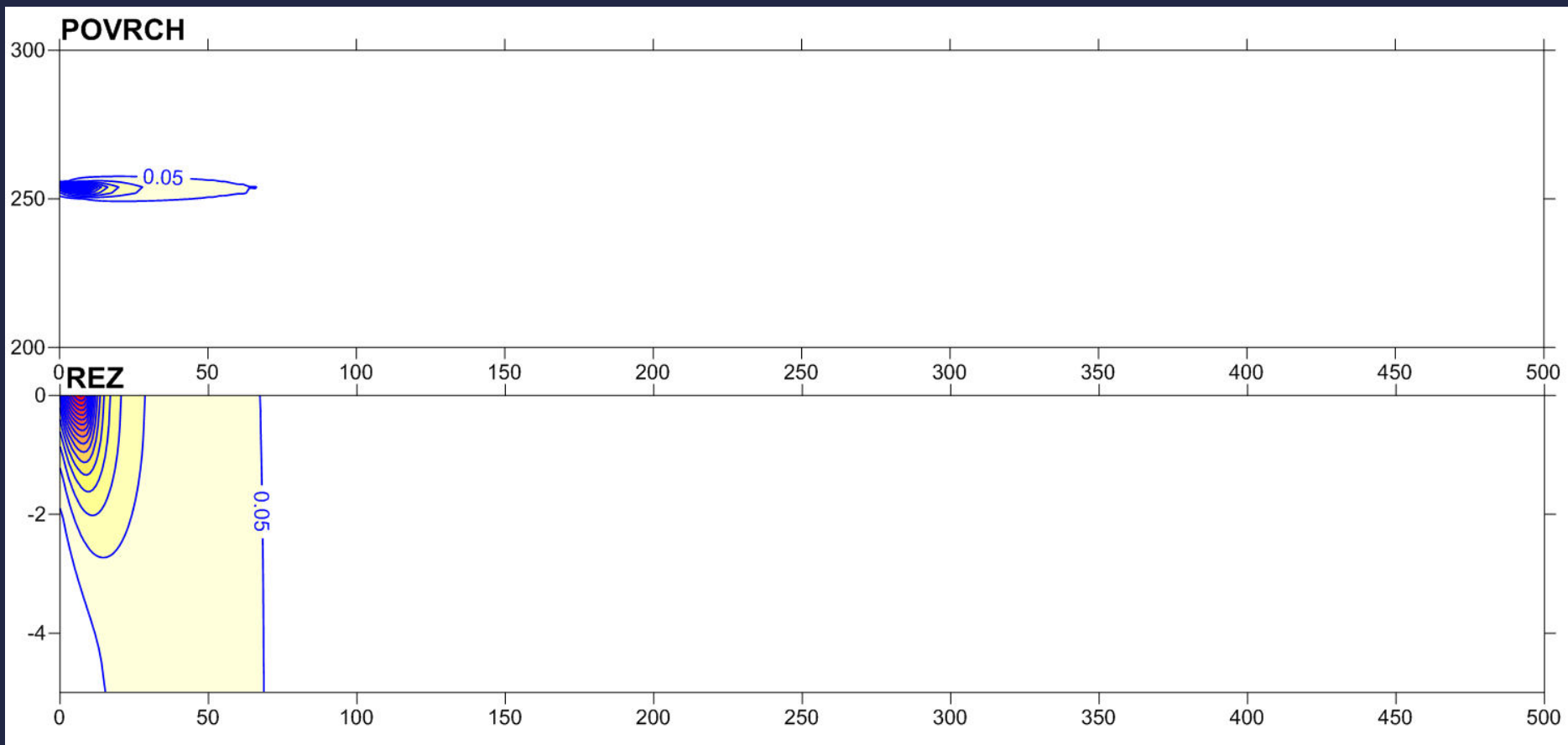
3D numerický model



dotácia znečistenia z priesakov

- Priesaky 400 mm /rok zo zrážok
- Rozmer zdroja **1.5 m x 10 m**
- V mieste zdroja koncentrácia vo vsakovanej vode 100 mg/l

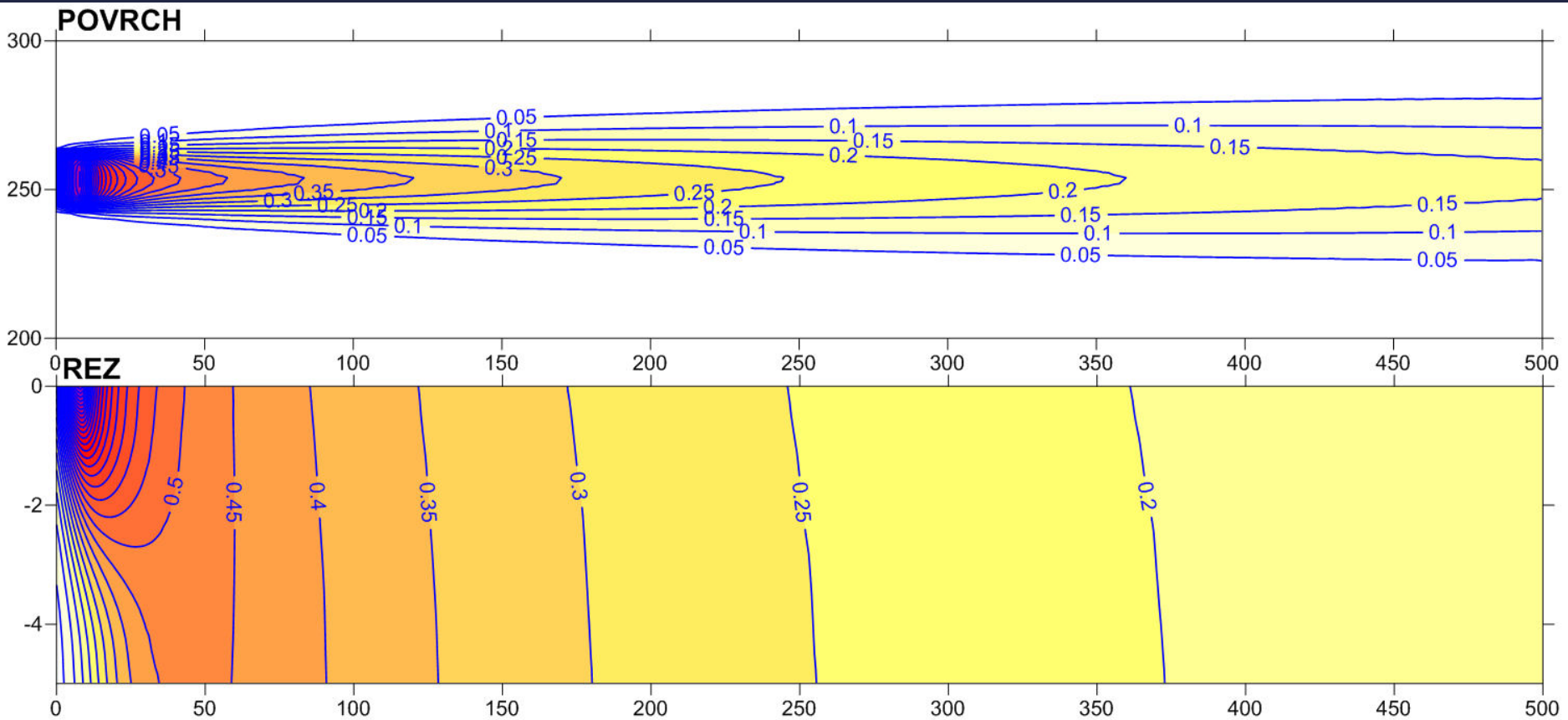
3D numerický model



dotácia znečistenia z priesakov

- Priesaky 400 mm /rok zo zrážok
- Rozmer zdroja **17.5 m x 10 m**
- V mieste zdroja koncentrácia vo vsakovanej vode 100 mg/l

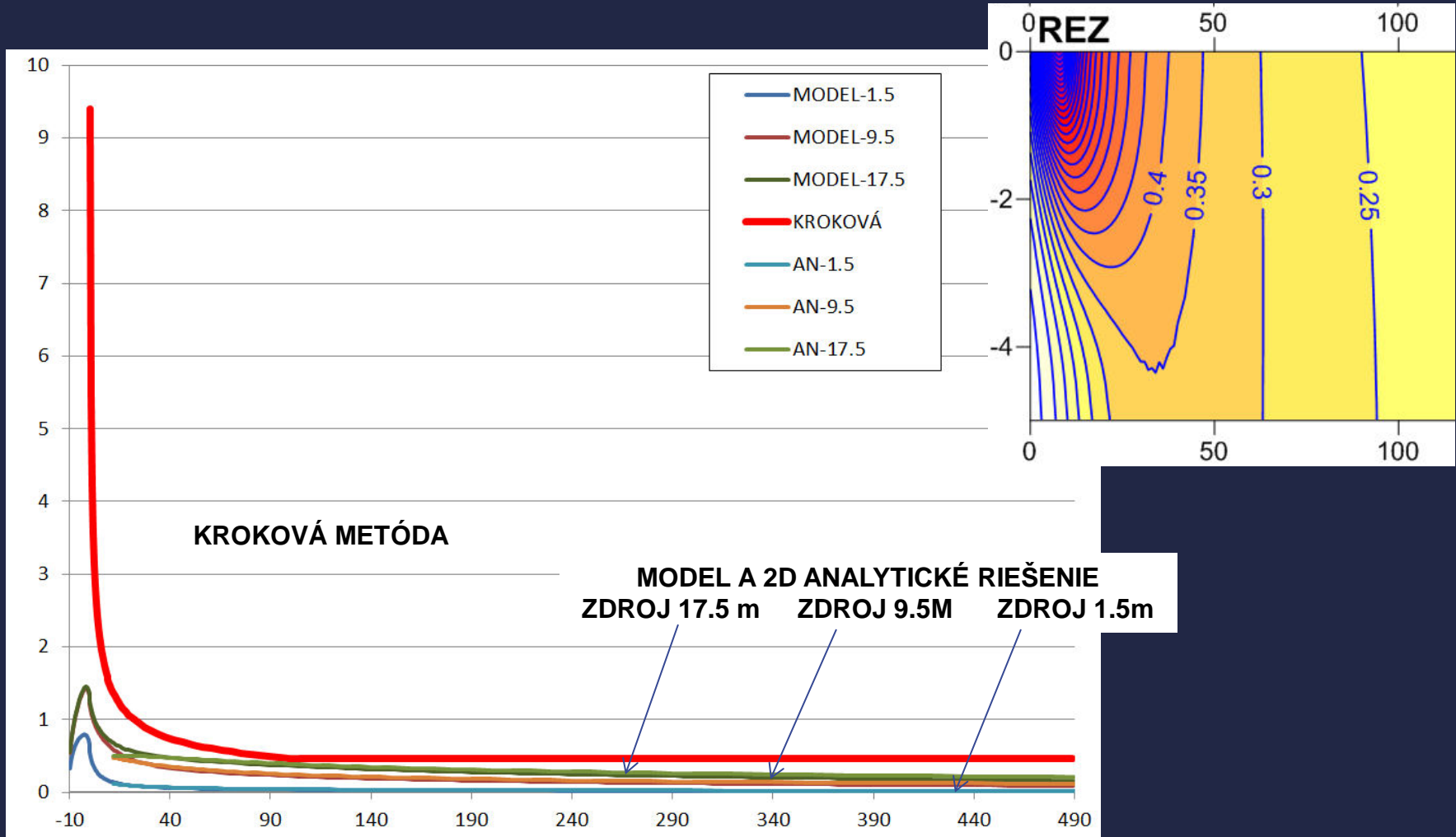
3D numerický model



dotácia znečistenia z priesakov

- Priesaky 400 mm /rok zo zrážok
- V mieste zdroja koncentrácia vo vsakovanej vode 100 mg/l

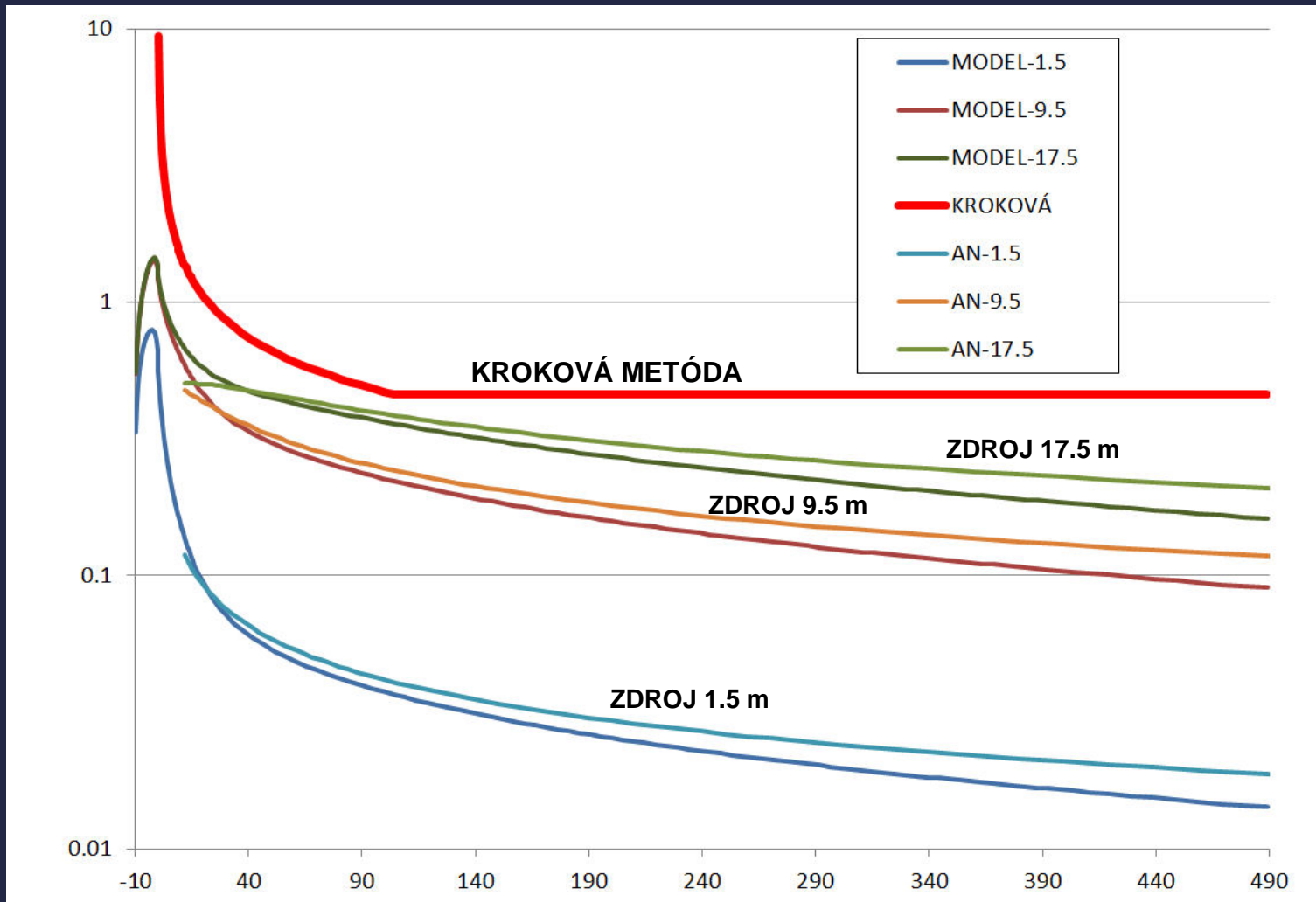
**Porovnanie riešení na povrchu v smere prúdenia podzemnej vody
(C_1 -kroková – 9.21 mg/l, C_1 -2D analytické = 0.5047 mg/l)**



dotácia znečistenia z priesakov

- Priesaky 400 mm /rok zo zrážok
- V mieste zdroja koncentrácia vo vsakovanej vode 100 mg/l

Porovnanie riešení na povrchu v smere prúdenia podzemnej vody



Prečo dáva kroková vyššie koncentrácie pod zdrojom ako model alebo analytika?

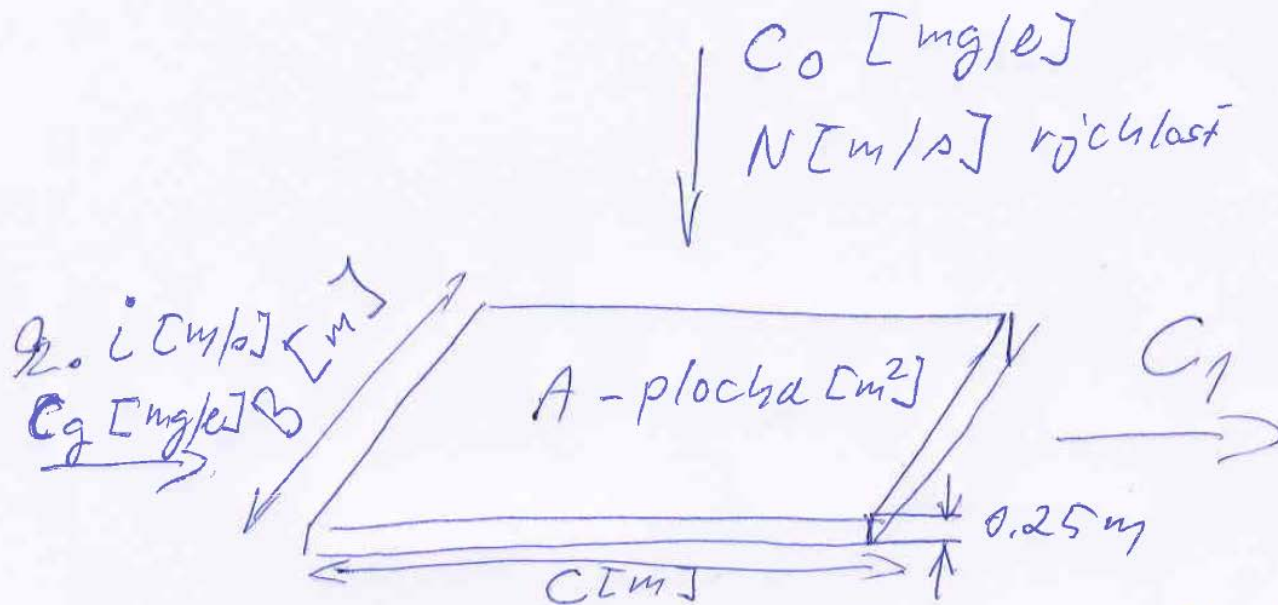
MECHANIZMUS DISPERZIE



dotácia znečistenia z priesakov

- Priesaky 400 mm /rok zo zrážok
- V mieste zdroja koncentrácia vo vsakovanej vode 100 mg/l

Koncentrácia znečistenia v krokovej metóde nie je závislá na šírke zdroja.



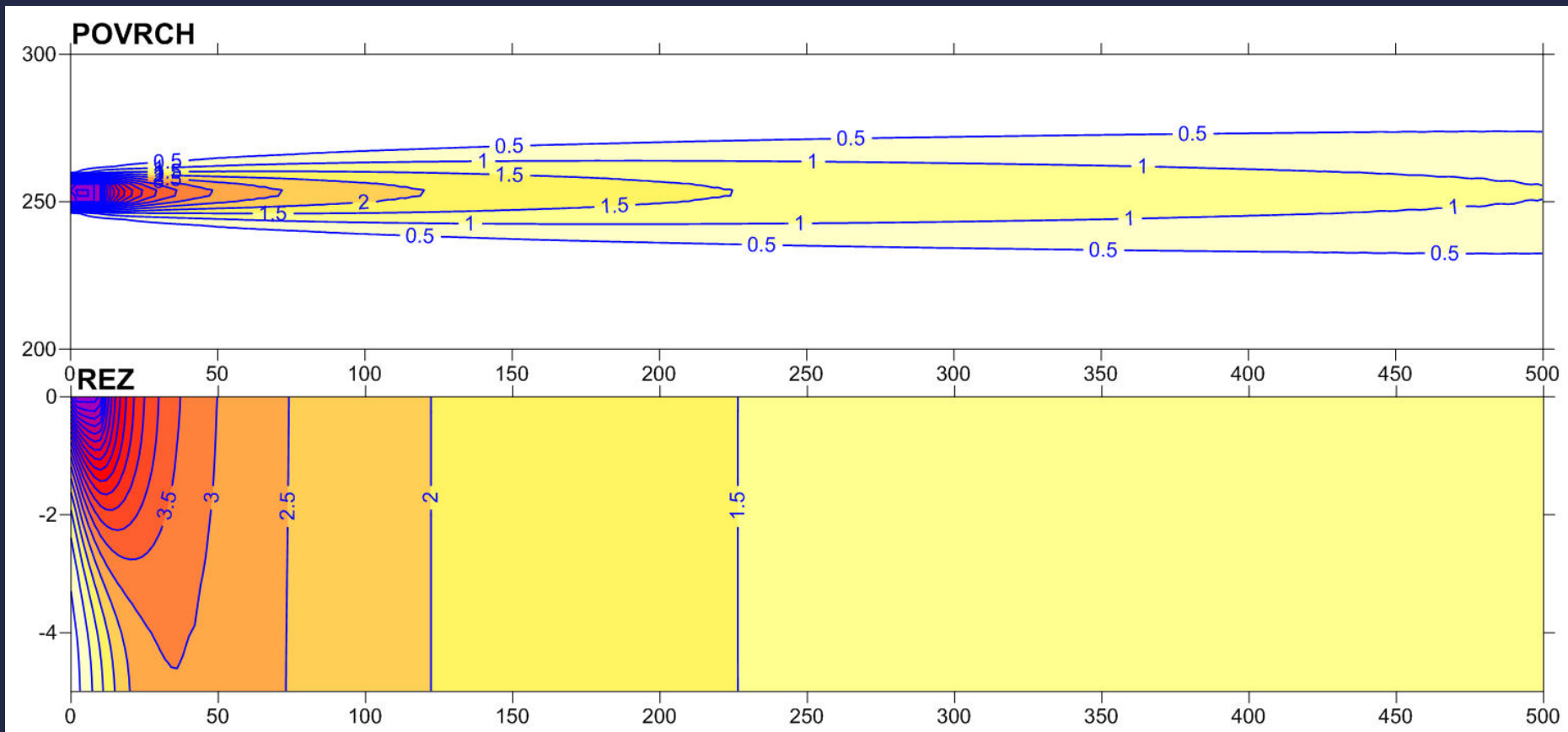
$$C_1 = \frac{A \cdot N \cdot C_0 + B \cdot 0.25 \cdot q.z \cdot C_g}{A \cdot N + B \cdot 0.25 \cdot q.z \cdot L}$$

$$C_1 = \frac{B \cdot C \cdot N \cdot C_0 + B \cdot 0.25 \cdot q.z \cdot C_g}{B \cdot C \cdot N + B \cdot 0.25 \cdot q.z \cdot L}$$

dotácia znečistenia z kontaminácie zemín alebo fázy

- Rozmer zdroja **9.5 m x 10 m**
- V mieste zdroja (do 25 cm) koncentrácia vo vsakovanej vode 10 mg/l

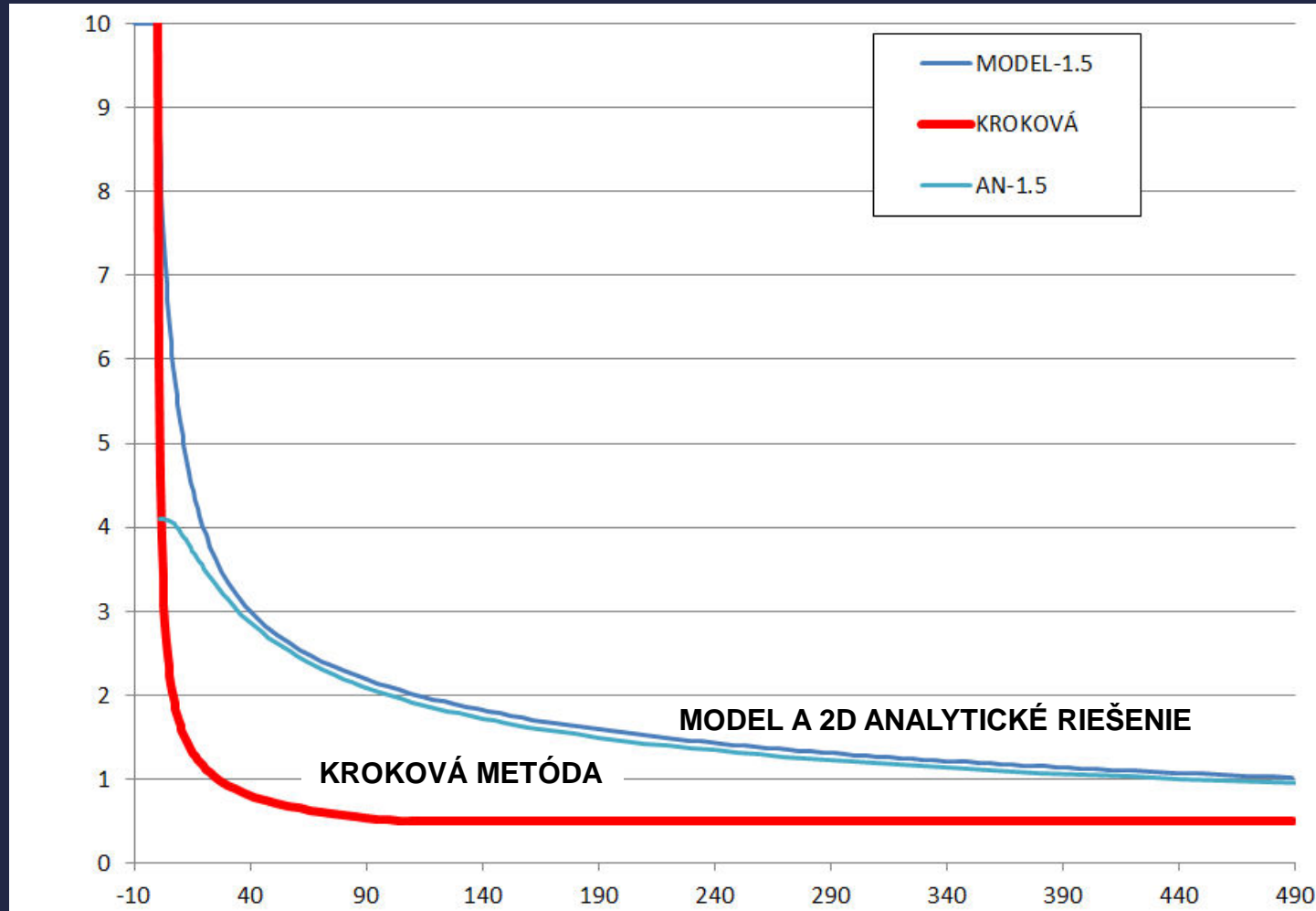
3D numerický model



dotácia znečistenia z kontaminácie zemín alebo fázy

- Rozmer zdroja **9.5 m x 10 m**
- V mieste zdroja (do 25 cm) koncentrácia vo vsakovanej vode 10 mg/l

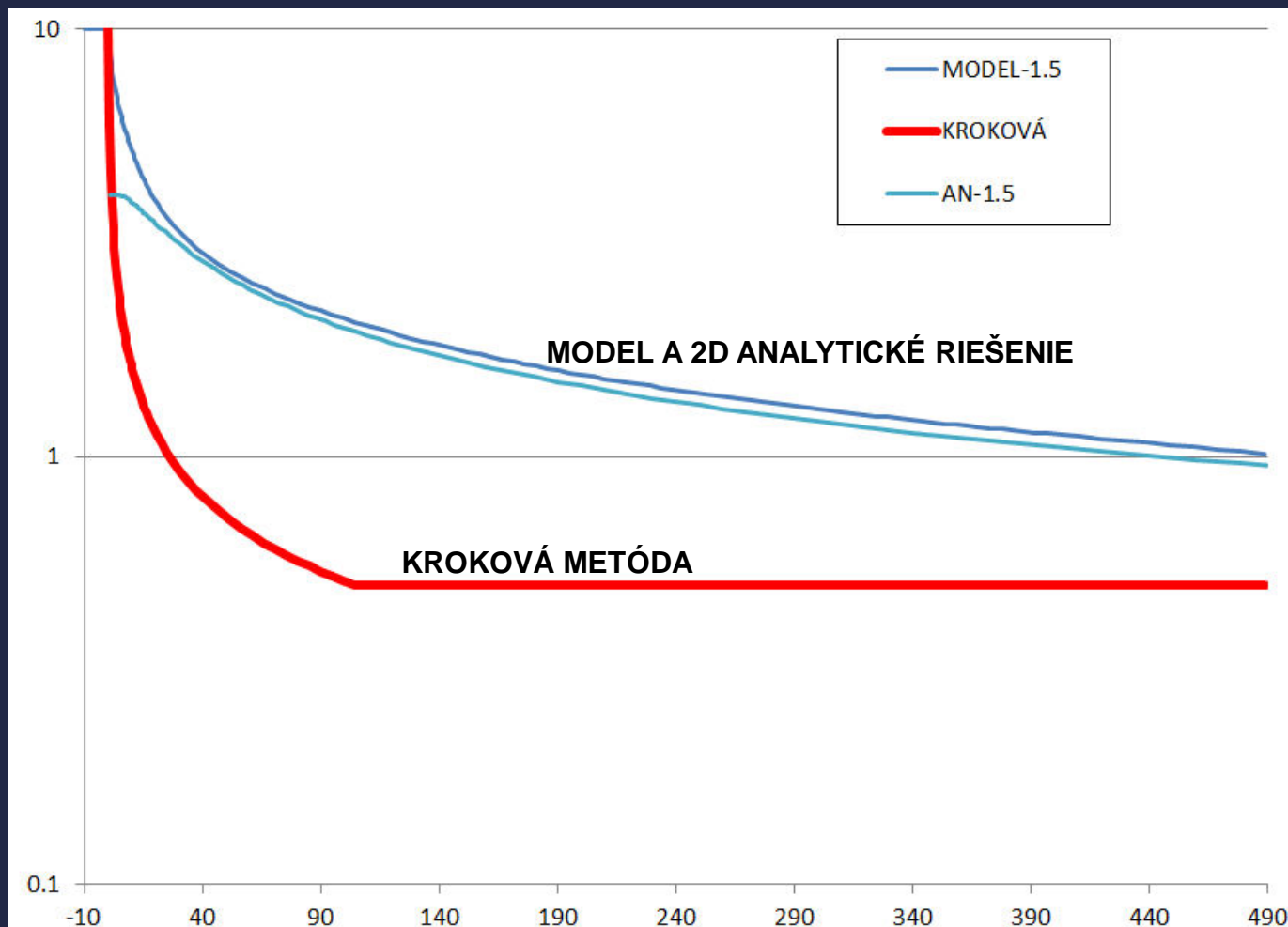
Porovnanie riešení na povrchu v smere prúdenia podzemnej vody



dotácia znečistenia z kontaminácie zemín alebo fázy

- Rozmer zdroja **9.5 m x 10 m**
- V mieste zdroja (do 25 cm) koncentrácia vo vsakovanej vode 10 mg/l

Porovnanie riešení na povrchu v smere prúdenia podzemnej vody



Prečo dáva kroková vyššie koncentrácie pod zdrojom ako model alebo analytika?

- Lebo kroková počíta množstvo látky prúdiace zo zdroja **len konvektívnym transportom** a chýba v nej výnos zo zdroja disperziou, resp. aj difúziou. To spôsobuje v tomto prípade veľkú bilančnú chybu.



Rovnica transportu

$$\frac{\partial(\Theta C)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Theta \cdot D_{ij} \cdot \frac{\partial C}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} (v_i \cdot C)$$

Analytické riešenie

The Sagar/Wexler solution is written (Sagar, 1982; Wexler, 1992; Wang and Wu, 2009),

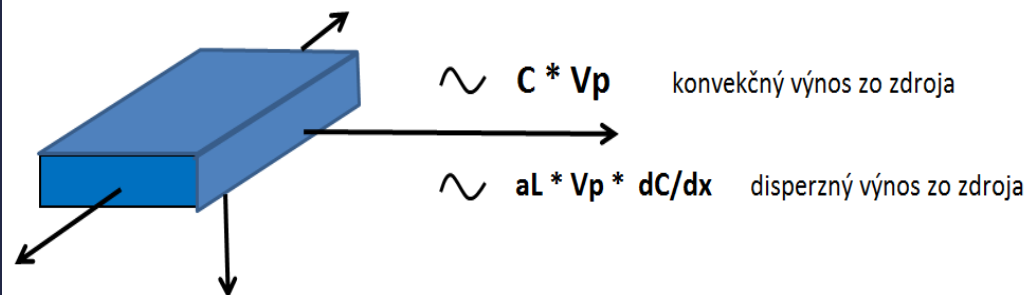
$$\frac{C}{C_0} = \frac{x}{8\sqrt{\pi D_x \tau}} \int_0^t \exp \left[-\lambda \tau - \frac{(x - v\tau)^2}{4D_x \tau} \right]$$

$$\times \left[\operatorname{erfc} \frac{(y - \frac{Y}{2})}{2\sqrt{D_y \tau}} - \operatorname{erfc} \frac{(y + \frac{Y}{2})}{2\sqrt{D_y \tau}} \right]$$

$$\times \left[\operatorname{erfc} \frac{(z - Z)}{2\sqrt{D_z \tau}} - \operatorname{erfc} \frac{(z + Z)}{2\sqrt{D_z \tau}} \right] \frac{d\tau}{\tau^{\frac{3}{2}}}$$

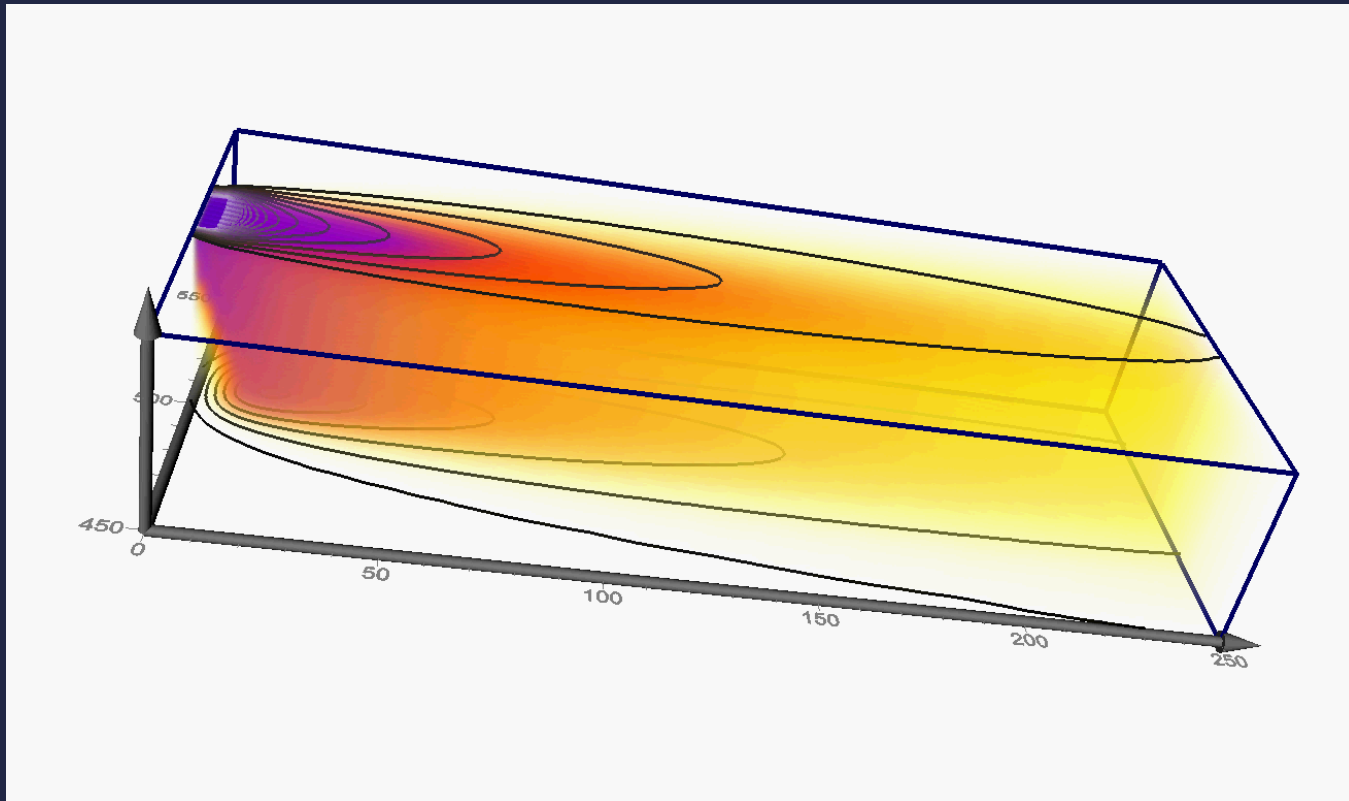
$$x > 0, -\infty < y < \infty, 0 \leq z \leq b, t > 0$$

(3)



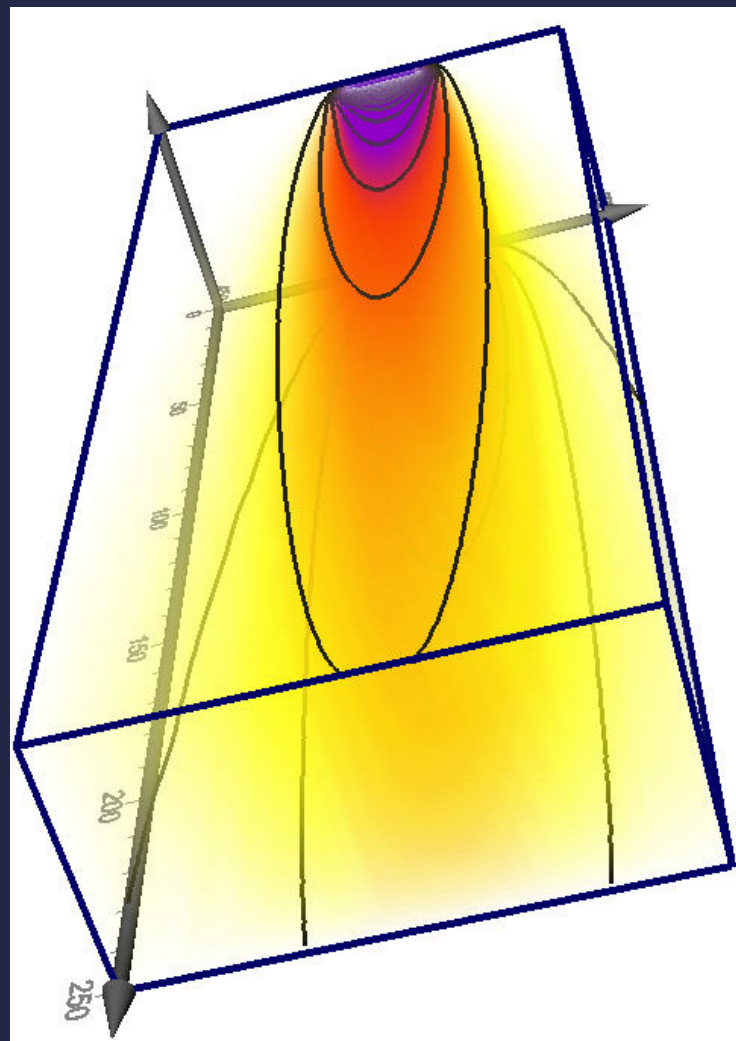
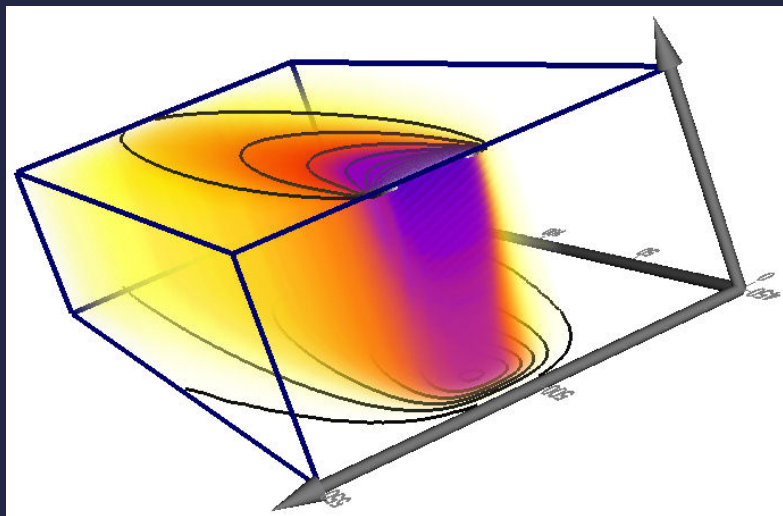
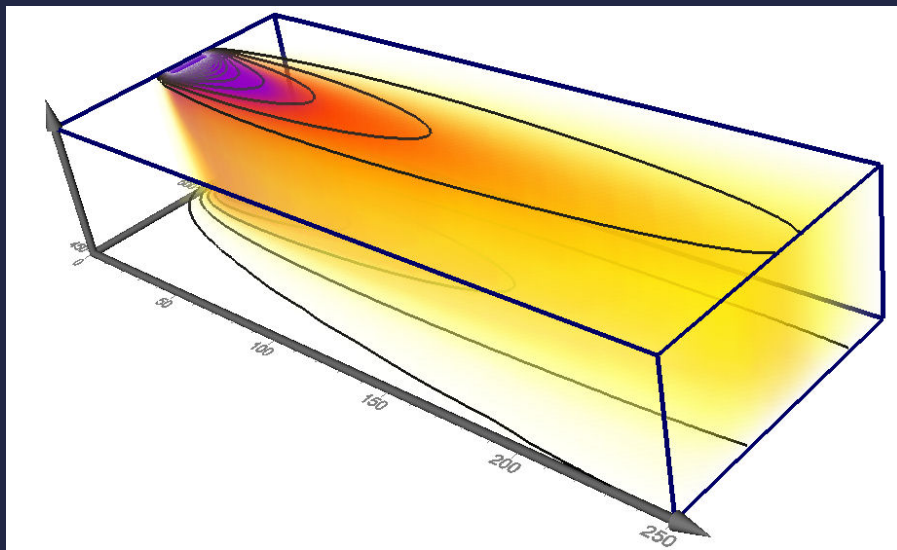
Ďalšie paradoxy krokovej metódy

- Je to jednorozmerné empiricko bilnačné riešenie
- **Proces je vždy viacrozmerný** a túto viac rozmernosť nie je možné zanedbať.



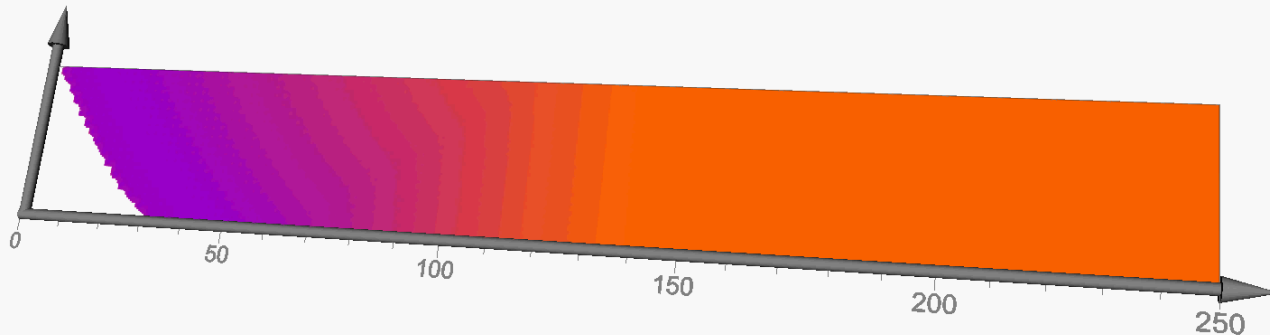
Ďalšie paradoxy krokovej metódy

- Rozptyl disperziou najmä do bokov



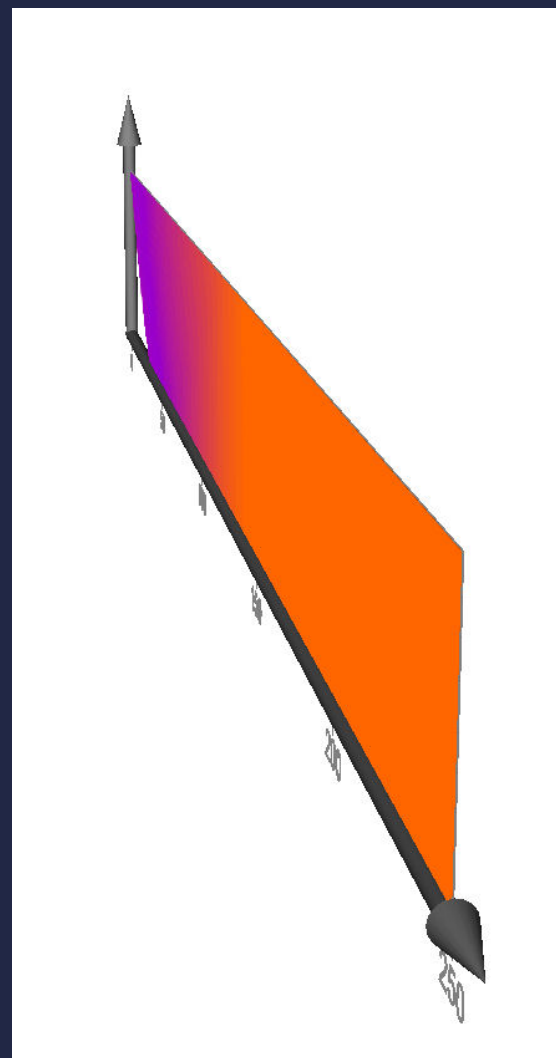
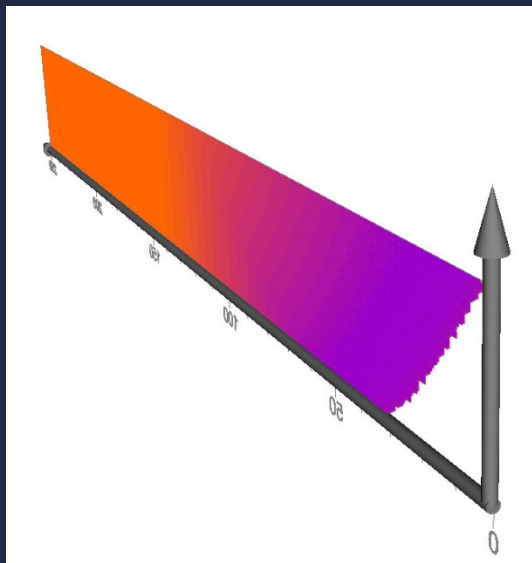
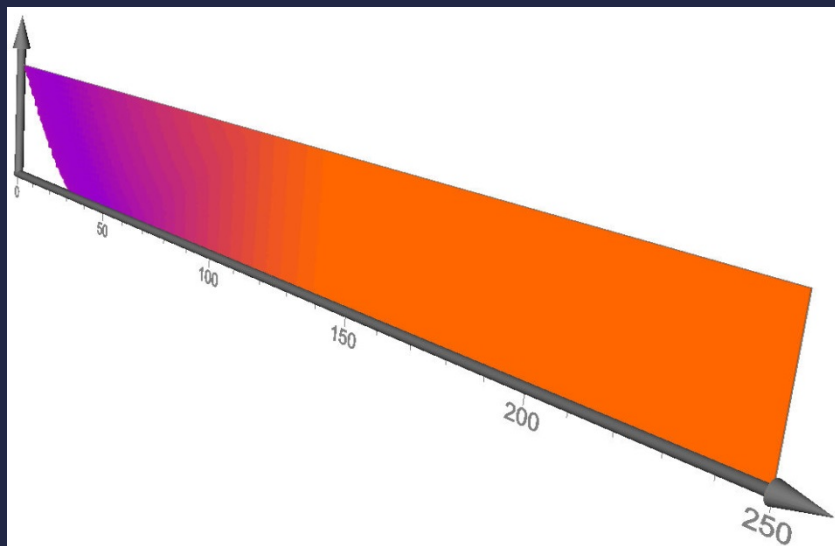
Ďalšie paradoxy krokovej metódy

- Je to jednorozmerné empiricko bilnačné riešenie
- **Proces je vždy viacrozmerný** a túto viac rozmernosť nie je možné zanedbať.



Ďalšie paradoxy krokovej metódy

- Viac pohľadov na riešenie krokovej metódy



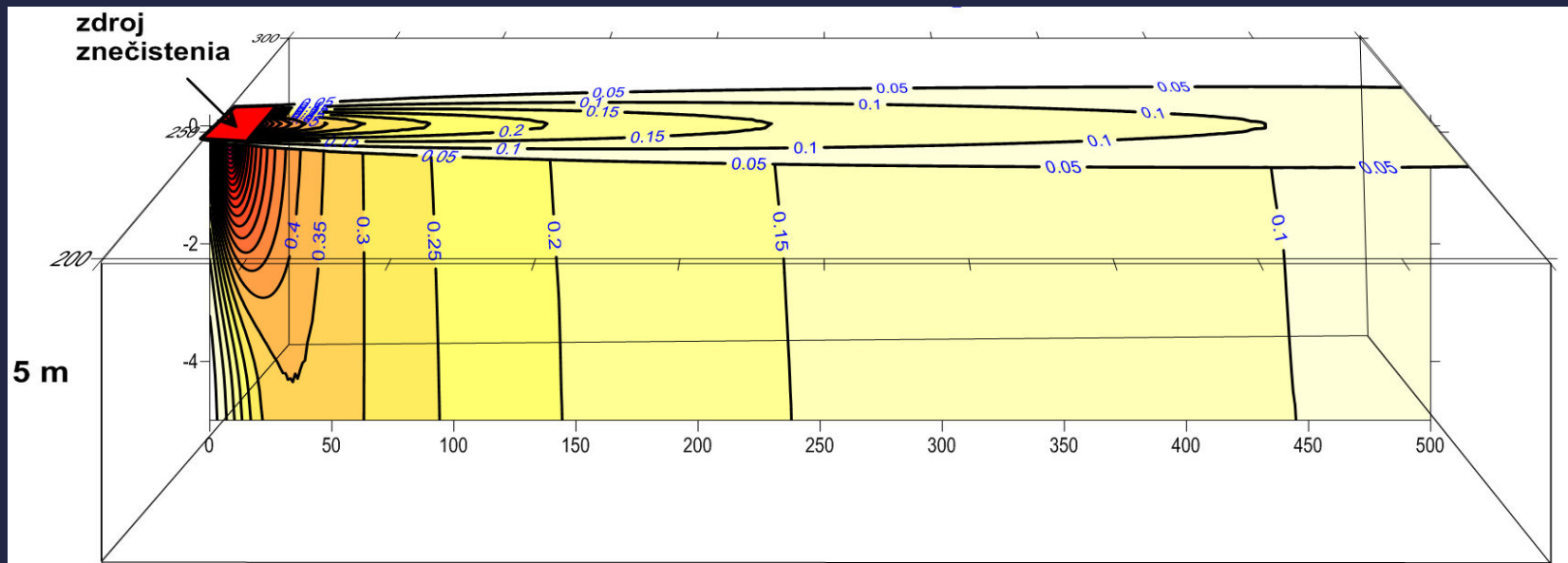
Ďalšie paradoxy krokovej metódy

t – čas
s - vzdialenosť
dm - hĺbka premiešavania
aL – pozdĺžna disperzivita
C1 – koncentrácia pod zdrojom
C2 – koncentrácia po zriedení
vp – skutočná rýchlosť prúdenia

Vychádza z koncepcie **rovnomerného premiešavania látky v podzemnej vode len do hĺbky, pričom prienik koncentrácie pod zdrojom je určený hĺbkou 25 cm.**

Hneď v koncepcii je niekoľko neprijateľných zjednodušení :

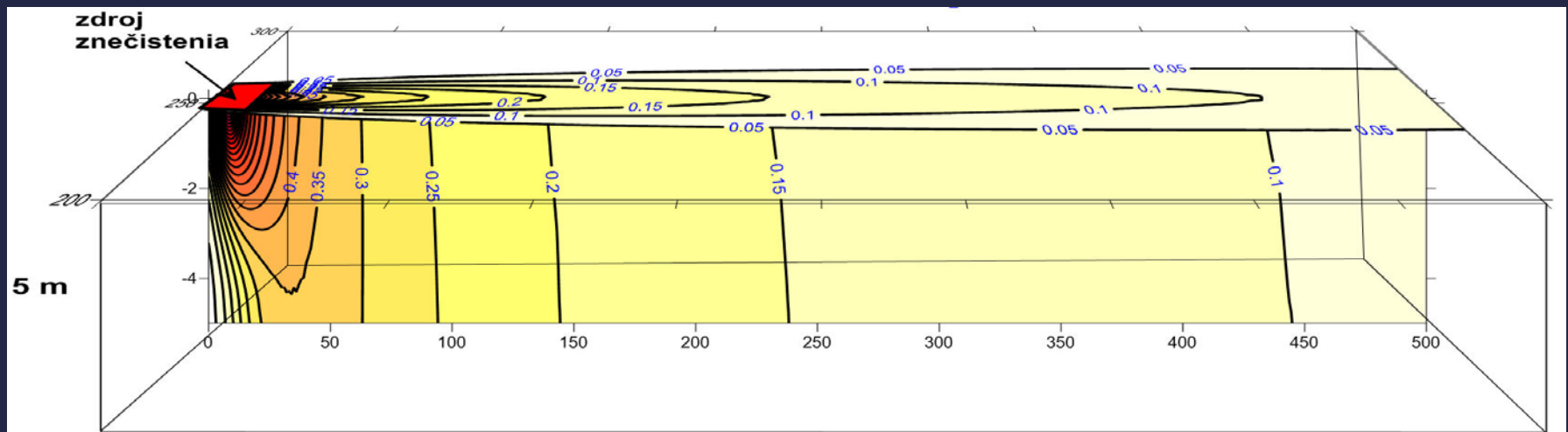
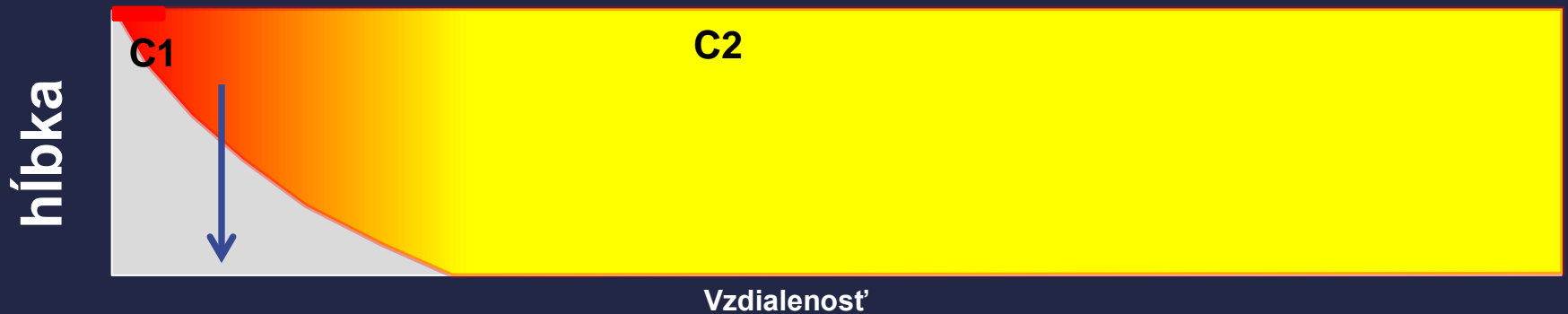
- KM **zanedbáva kvalitatívne najdôležitejšie procesy** priečnej a pozdĺžnej disperzie (slabosť jednorozmerného riešenia). Dôsledky sme videli v predchádzajúcej časti. = rozpor
- Čo je to hĺbka **25 cm pod zdrojom**? Používanie tejto hĺbky **nemá fyzikálnu opodstatnenosť** = rozpor



Ďalšie paradoxy krokovej metódy

- Vychádza s koncepcie **rovnomerného premiešavania len do hĺbky**

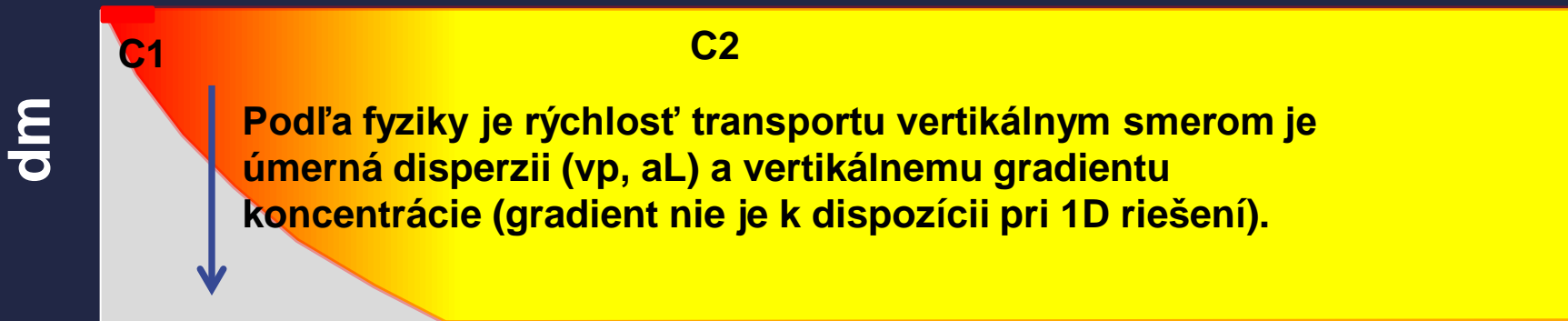
Akú hĺbku premiešavania máme na mysli? Také niečo ako rovnomerné premiešavanie pri transporte **neexistuje**. Pri hĺbke premiešavania musíme hovoriť aj o koncentrácii, ktorú máme na mysli (napr. nenulovú). Nemôžeme niečo počítať, keď nevieme čo to znamená a nevieme to teda vyjadriť v číslach.



Ďalšie paradoxy krokovej metódy

t – čas
 s - vzdialenosť
 dm - hĺbka premiešavania
 aL – pozdĺžna disperzivita
 C1 – koncentrácia pod zdrojom
 C2 – koncentrácia po zriedení
 vp – skutočná rýchlosť prúdenia

- Vychádza s koncepcie **rovnomerného premiešavania len do hĺbky**



$$C2 = C1 \cdot 0,25 \cdot Dm$$

$$dm = \sqrt{((72/900) \cdot aL \cdot v_p \cdot t)}$$

ale $v_p \cdot t = \text{vzdialenosť} = S$

$$dm = \sqrt{((72/900) \cdot aL \cdot S)}$$

Vzdialenosť'

Smernica - kontinuálny zdroj - 1D riešenie

$$\frac{C(x,t)}{C_0} = \frac{1}{2} e^{\frac{v_p \cdot x}{2D}} \left[e^{-\beta x} \operatorname{erfc} \left(\frac{x - t \sqrt{v_p^2 + 4\lambda D}}{2 \sqrt{Dt}} \right) + e^{\beta x} \operatorname{erfc} \left(\frac{x + t \sqrt{v_p^2 + 4\lambda D}}{2 \sqrt{Dt}} \right) \right]$$

$$\beta = \frac{v_p}{2D} + \sqrt{\frac{\lambda}{D}}$$

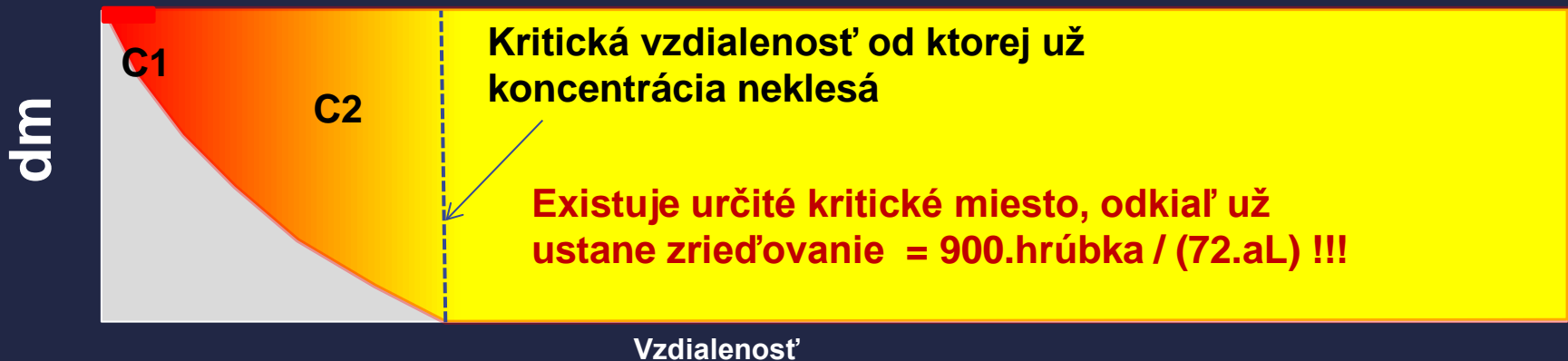
Takéto jednoduché riešenie je v rozpore s riešením rovnice transportu. **V riešených úlohách v rámci AR nie je možné nájsť interval parametrov, v ktorom by tieto vzťahy aproximovali riešenie rovníc transportu = rozpor.** Proces je oveľa komplikovanejší.

Ak to nie je jasné, dvojica merateľných parametrov s a t je zviazaná vzťahom pre rýchlosť $v = s / t$. Inak povedané, $v_p \cdot t$ bude v našom prípade vždy konštanta. Koľkokrát zväčším čas, toľkokrát znížim rýchlosť.

Ďalšie paradoxy krokovej metódy

$$C2 = C1 \cdot 0,25 \cdot dm \quad dm = \sqrt{((72/900) \cdot aL \cdot S)}$$

Aké fyzikálne dôsledky by takýto vzťah pre nahradenie procesu disperzie znamenal?



- existuje určité **kritické miesto**, odkiaľ už ustane zried'ovanie = **rozpor**
- z definície dm v krokovej metóde vyplýva, že **zried'ovanie nie je závislé od: kf, i, pórovitosti, rýchlosti !!!** = **zásadný rozpor s fyzikálnou realitou**

Nezodpovedá to ani definícii procesu disperzie, ktorý je z definície kvantitatívne určovaný rýchlosťou, koeficientom disperzivity a gradientom koncentrácií. Tu závislosť na rýchlosti nie je = **rozpor**

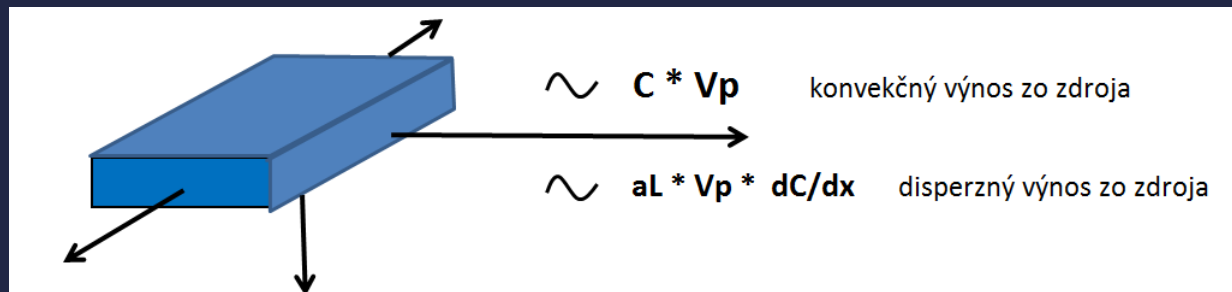
$dC/dt = -aL \cdot vp \cdot dC/dx$ - toto je definícia. Disperzia je **vždy** závislá aj na rýchlosti!!!

Ďalšie paradoxy krokovej metódy

$$C_2 = C_1 \cdot 0,25 \cdot D_m \quad d_m = \sqrt{((72/900) \cdot aL \cdot S)}$$

- **Výnos zo zdroja** znečistenia konvenčným transportom, difúziou a disperziou. Kroková metóda používa len konvenčný transport = **rozpor**

Vysvetlenie bolo v predchádzajúcej časti.



- **Na výsledné koncentrácie v krokovej metóde nemá žiaden vplyv rozmer zdroja** znečistenia v kolmom smere na smer prúdenia podzemnej vody = **rozpor**

Vysvetlenie bolo v predchádzajúcej časti.

Ďalšie paradoxy krokovej metódy

- **Nie je možné transport rátať krokovo.** Najprv pokles disperziou a potom rozpadom, prípadne s vplyvom retardácie = rozpor

Tieto procesy sa vzájomne ovplyvňujú, vid' rovnice transportu

$$\beta = \frac{v_p}{2D} + \sqrt{\frac{\lambda}{D}}$$

$$\frac{C(x,t)}{C_0} = \frac{1}{2} e^{\left(\frac{v_p \cdot x}{2D}\right)} \left[e^{-x\beta} \operatorname{erfc}\left(\frac{x - t\sqrt{v_p^2 + 4\lambda D}}{2\sqrt{Dt}}\right) + e^{x\beta} \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{x + t\sqrt{v_p^2 + 4\lambda D}}{2\sqrt{Dt}}\right) \right]$$

- Ak má byť **referenčný čas** okamžik, kedy príde do referenčného miesta maximálna koncentrácia, tak ho **nemôžeme rátať ako čas, za ktorý voda doprúdi do referenčného miesta** skutočnou rýchlosťou s vplyvom retardácie. Tam sú veľké rozdiely podľa typu transportu
- Atd' ...

Dôsledky

- **Kroková metóda poskytuje zásadne chybné výsledky výpočtov environmentálneho rizika šírenia sa kontaminácie podzemnou vodou.**
- **Napriek tomu smernica umožňuje použiť krokovú metódu pre každý prípad.**

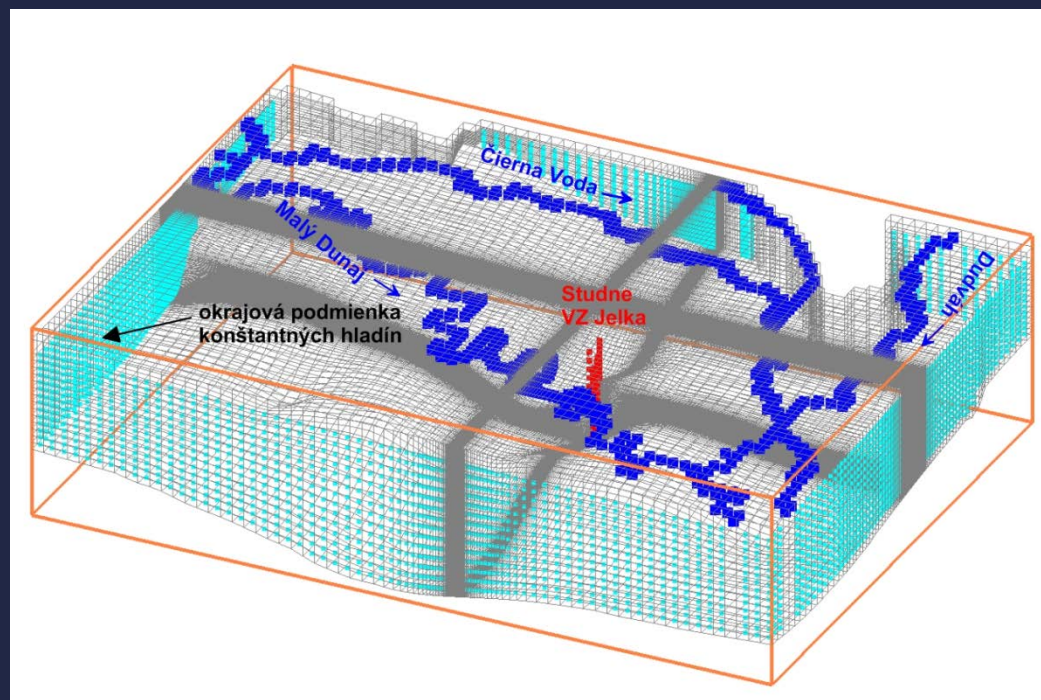
Aj keď odporúča v zložitejších prípadoch použiť model, **je to len odporúčanie**. Všetky riešenia krokovou metódou **prechádzajú cez oponentúru**. V tejto situácii modelovanie znamená pre riešiteľov len zbytočné ekonomické straty.

Dôsledkom je, že **relevantné riešenia sú vytlačené z trhu** a sú nahradené síce lacnými, ale chybnými riešeniami.

POĎAKOVANIE:

Aj preto sa chcem poďakovať niektorým riešiteľom, že chápu tento problém a aj napriek zložitostiam chcú, aby ich práca bola zmysluplná a aj keď nemusia, investujú aspoň občas do modelových riešení.

Ďakujem za pozornosť



RNDr. Tibor Kovács

Analýza rizika znečisteného územia